Na téma spektrální geometrie

Pracovník Ústavu jaderné fyziky AV ČR Mgr. David Krejčiřík, Ph.D., DSc., obhájil disertaci* Geometrically induced spectral properties of physical systems *před komisí Jaderná, subjaderná a matematická fyzika a získal vědecký titul „doktor fyzikálně-matematických věd“. David Krejčiřík se zabývá aktuálními otázkami matematické fyziky, a to především vztahy mezi spektrálními a geometrickými vlastnostmi kvantových systémů a nehermitovskou kvantovou mechanikou. Disertace představuje významný příspěvek k našemu porozumění vztahům mezi geometrickými a spektrálními vlastnostmi vlnovodných a vibrujících systémů.

Foto: Archiv autora

Téma disertační práce patří do odvětví matematiky, jež se někdy nazývá spektrální geometrie. Jeho přitažlivost spočívá v tom, že geometrie – tvar, obrysy, prostor a jeho struktura – je člověku velice blízká; skrze ni, prostřednictvím zraku, si činíme největší představu o světě, v němž žijeme. Spektrální vlastnosti diferenciálních rovnic popisujících přírodní jevy kolem nás mají obvykle přímou fysikální interpretaci: resonující frekvence hudebních nástrojů v teorii vln, rychlost nastolení rovnováhy v tepelných procesech, kvantové přechodové energie ve slunečním záření a mnoho dalších. V práci se zabývám vyšetřením vlivu geometrie na spektrální vlastnosti diferenciálních operátorů modelujících fysikální jevy v přírodě. Disertační práce se zakládá na mých šestnácti vědeckých článcích publikovaných v mezinárodních časopisech za posledních deset let; rozdělena je do tří částí. V první se zabývám problémy, pro něž jsou nejpřirozenější motivací klasické vibrující systémy. Chladniho nodální čára odpovídající druhé resonanční frekvenci kruhové membrány je úsečka dotýkající se hranice, což má zásadní vliv na zvukovou kvalitu bubnu. Payneho hypotesa z roku 1967 předpokládá, že stejnou topologickou vlastnost budou mít tyto nodální křivky pro libovolný tvar membrány, avšak důkaz existoval jen pro velice speciální geometrie. V práci dokazuji hypotesu pro širokou třídu membrán trubicového tvaru.

Geometrická deformace krouceném či ohnutím má přímý vliv na transport v kvantovém vlnovodu.

Ve druhé části zkoumám vliv geometrie na trans-port v kvantových vlnovodech. Přes dvacet let se ví, že ohnutí trubice vede k čistě kvantovému jevu existence vázaných stavů, tedy diskrétních vlastních hodnot pod spojitým energetickým spektrem. Práce dokazuje, že geometrická deformace kroucením má překvapivě přesně opačný vliv – vede k existenci funkcionálních nerovností Hardyho typu, jež mají za následek stabilitu spektra, tedy mj. eliminaci vázaných stavů indukovaných křivostí.
Ve třetí části se zabývám abstraktní otázkou vlivu křivosti prostoru na kvantový transport. Ukazuji, že pohyb po kladně zakřivené varietě ztěžuje existence vázaných stavů, zatímco záporná křivost vede k Hardyho nerovnostem, jež transport opět stabilisují. Výsledky mají aplikace v polovodičové fysice nanostruktur a ve stochastických procesech.
V disertační práci studuji mnoho dalších spektrálně-geometrických úloh. Abych přiblížil některé výsledky co nejširšímu publiku, zvolil jsem v tomto případě poněkud zjednodušující popis. Samotnou práci ovšem koncipuji v rigorosním duchu a výsledky presentuji v rámci matematických teorémů, pro jejichž důkazy bylo zapotřebí zkombinovat metody funkcionální analysy, teorie parciálních diferenciálních rovnic a Riemannovy geometrie.

DAVID KREJČIŘÍK,
Ústav jaderné fyziky AV ČR, v. v. i.

Realizace: Odbor informačních technologií SSČ AV ČR, v.v.i., **Technický správce:** webmaster@cas.cz